

Filtr dolnoprzepustowy RC:

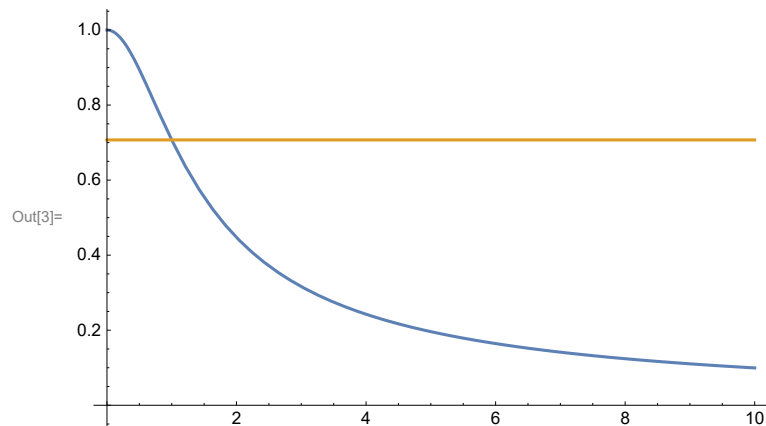
In[1]:= **Ku** = **Simplify** $\left[\frac{-\frac{1}{\omega C}}{R - \frac{1}{\omega C}}\right]$
[uproszcz]

Out[1]=
$$\frac{i}{i - C R \omega}$$

In[2]:= **ComplexExpand**[Ku]
[rozwiń na część rzeczywistą i urojoną]

Out[2]=
$$\frac{1}{1 + C^2 R^2 \omega^2} - \frac{i C R \omega}{1 + C^2 R^2 \omega^2}$$

In[3]:= **Plot** $\left[\left\{\text{Abs}\left[Ku \ /. \ {R \rightarrow 1, C \rightarrow 1}\right], 1/\sqrt{2}\right\}, \{\omega, 0, 10\}\right]$
[wykres] [wartość bezwzględna] [stała]



In[4]:= **Ku**

Out[4]=
$$\frac{i}{i - C R \omega}$$

Analiza modułu wzmocnienia:

In[5]:= **ModKu** =
$$\frac{1}{\sqrt{(C R \omega)^2 + 1}}$$

Out[5]=
$$\frac{1}{\sqrt{1 + C^2 R^2 \omega^2}}$$

In[6]:= **Limit**[ModKu, $\omega \rightarrow \infty$]
[granica]

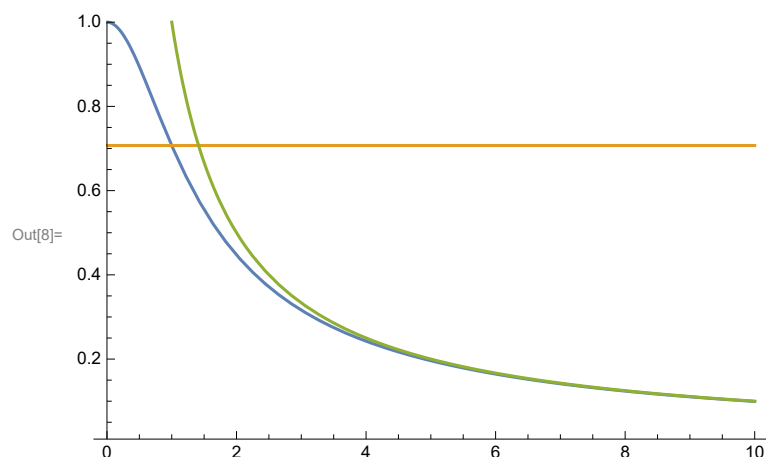
Out[6]= 0

Gdy $\omega \gg 1/RC$, to moduł transmitancji zespolonej asymptotycznie dąży do takiej zależności:

In[7]:= **Simplify** $\left[\frac{1}{\sqrt{C^2 R^2 \omega^2}}, \text{Assumptions} \rightarrow \{R > 0, C > 0, \omega > 0\}\right]$
 uprość założenia stała

Out[7]= $\frac{1}{C R \omega}$

In[8]:= **Plot** $\left[\left\{\text{ModKu} /. \{R \rightarrow 1, C \rightarrow 1\}, 1/\sqrt{2}, 1/R/C/\omega /. \{R \rightarrow 1, C \rightarrow 1\}\right\}, \omega, \{0.01, 10\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{.01, 1\}\right]$
 wykres stała stała stała
 zakres wykresu



In[26]:= **ModKudB** = **20 Log10** $[\text{ModKu}]$
 logarytm dziesiętny

Out[26]=
$$\frac{20 \text{Log} \left[\frac{1}{\sqrt{1+C^2 R^2 \omega^2}} \right]}{\text{Log}[10]}$$

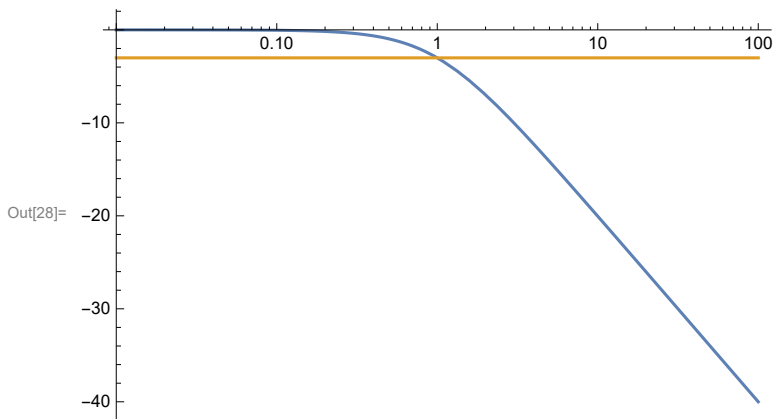
Uwaga: symbol **Log**[] oznacza logarytm naturalny

In[27]:= **20 Log10** $\left[1/\sqrt{2}\right] // \text{N}$
 logarytm dziesiętny przybliżenie numeryczne

Out[27]= -3.0103

tzn. spadek wzmacnienia $\sqrt{2}$ razy odpowiada spadkowi miary logarytmicznej wzmacnienia o ok. 3dB

In[28]:= **LogLinearPlot** [{ModKudB /. {R → 1, C → 1}, 20 Log10[1/√2]}, {ω, 0.01, 100}]
 |wykres logarytmiczno-liniowy |stała |logarytm dziesiętny



Analiza fazy wzmocnienia:

In[29]:= **ComplexExpand** [Ku]
 |rozwiń na część rzeczywistą i urojoną

$$\text{Out[29]} = \frac{1}{1 + C^2 R^2 \omega^2} - \frac{i C R \omega}{1 + C^2 R^2 \omega^2}$$

więc tangens kąta fazowego wzmocnienia ma wartość:

$$\text{In[10]} := - \frac{C R \omega}{1 + C^2 R^2 \omega^2} \bigg/ \frac{1}{1 + C^2 R^2 \omega^2}$$

$$\text{Out[10]} = - C R \omega$$

$\arctg(-CR\omega) = ?$

Gdy $\omega \rightarrow 0$ to $\arctg \rightarrow 0$

gdy $\omega \rightarrow \infty$ to:

In[11]:= **Limit** [ArcTan[x], x → -Infinity]
 |granica |arcus tangens |nieskończoność

$$\text{Out[11]} = - \frac{\pi}{2}$$

A dla pulsacji granicznej:

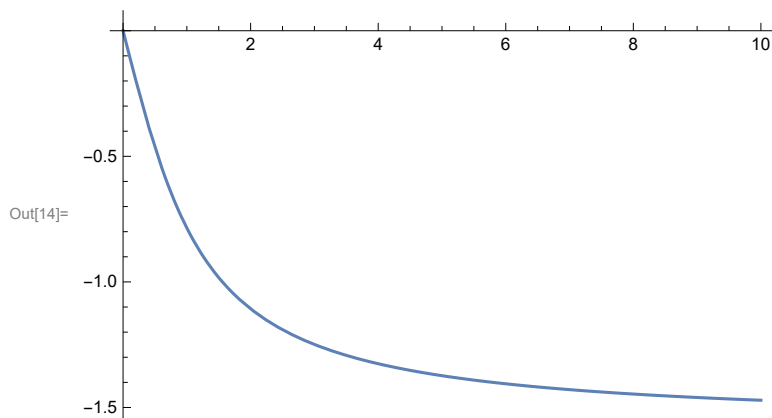
In[12]:= **ArcTan** [- C R ω] /. ω → 1/(R C)
 |arcus ta... |stała

$$\text{Out[12]} = - \frac{\pi}{4}$$

In[13]:= **Pi** / 2 // N
 |pi |przybliżenie numeryczne

$$\text{Out[13]} = 1.5708$$

In[14]:= **Plot**[**Arg**[**Ku** /. {**R** → 1, **C** → 1}], { ω , 0, 10}, **PlotRange** → **All**
 [wyk... [argument liczby zespo... [stała [zakres wykresu [wszystko]



In[15]:= **Limit**[**Arg**[**Ku**], $\omega \rightarrow 0$]
 [granica [argument liczby zespo...

Out[15]= 0

In[16]:= **Simplify**[**Limit**[**Arg**[**Ku**], $\omega \rightarrow +\text{Infinity}$], **Assumptions** → {**R** > 0, **C** > 0, ω > 0}]
 [uprość [granica [argument liczby zespo... [nieskończoność [założenia [stała]

Out[16]= $-\frac{\pi}{2}$

In[17]:= **Simplify**[**Limit**[**Arg**[**Ku**], $\omega \rightarrow 1/R/C$], **Assumptions** → {**R** > 0, **C** > 0, ω > 0}]
 [uprość [granica [argument liczby zespo... [stała [założenia [stała]

Out[17]= $-\frac{\pi}{4}$

In[32]:= **LogLinearPlot**[{**Arg**[**Ku** /. {**R** → 1, **C** → 1}], $-\pi/2$, $-\pi/4$ },
 [wykres logarytmic... [argument liczby zespo... [stała
 { ω , 0.01, 100}, **PlotRange** → **All**]
 [zakres wykresu [wszystko]

